Nedim Tuno[*]

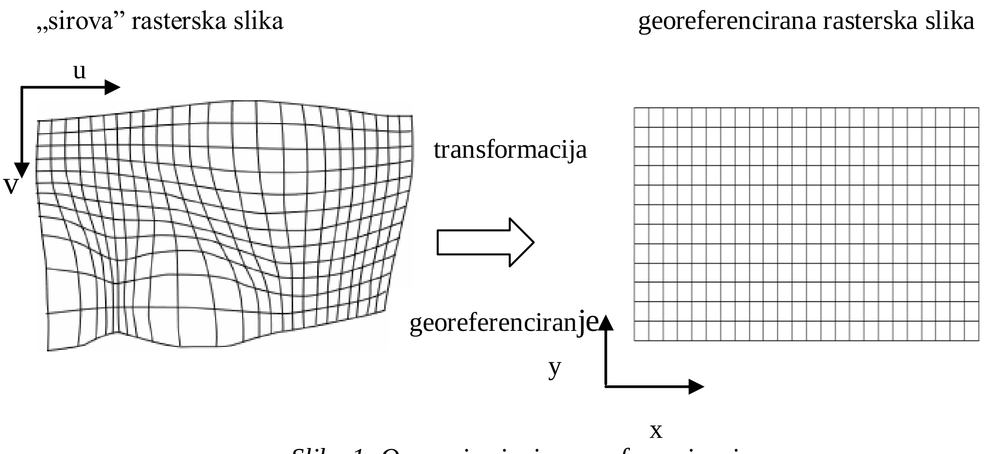
UDK 528.236
Stručni rad

POLINOMSKA TRANSFORMACIJA U GEOREFERENCIRANJU

1. Uvod

Rasterski podaci (digitalne slike) koji se koriste za izradu digitalnih geodetskih planova, karata i GIS-a dobivaju se skeniranjem analognih planova, karata, fotogrametrijskih i satelitskih snimaka ili snimanjem digitalnim kamerama sa zemlje i iz zraka. Rasterska slika se sastoji iz niza piksela koji imaju koordinate (broj reda i kolone) u tzv. slikovnom koordinatnom sistemu. Da bi se rasterski podaci mogli koristiti zajedno sa ostalim prostornim podacima potrebno ih je pozicionirati u određeni referentni koordinatni sistem. Proces uspostavljanja veze između koordinatnog sistema digitalne slike i referentnog sistema se naziva georeferenciranje. Rasterske slike su manje ili više deformisane usljed sistematskih i nesistematskih uticaja.

Sistematski uticaji proizvode deformacije koje imaju isti iznos na cijeloj slici i imaju različite uzroke nastanka (npr. greška izazvana rotacijom Zemlje oko svoje ose kod snimanja sa satelita). Zbog nesistematskih uticaja nastaju deformacije koje imaju slučajni karakter i koje nejednako deformišu različite dijelove slike. Prisutne su naročito kod aerofotogrametrijskog snimanja (vibracija kamere). Deformacije slike uklanjaju se procesom koji se naziva geometrijska transformacija (rektifikacija). Kako se georeferenciranje i transformacija najčešće izvode zajedno, cijeli se postupak obično naziva georeferenciranjem. Dakle, svrha georeferenciranja je transformacija rasterske slike iz slikovnog koordinatnog sistema (u,v) u željeni koordinatni sistem (x,y) - (kartografsku projekciju), uz uklanjanje deformacije slike (slika 1).



Slika 1: Osnovni princip georeferenciranja

Za uklanjanje deformacija rasterske slike koriste se različiti modeli transformacija. U postupku transformacije određuju se transformacioni parametri (vrijednost rotacije,

[*] Asis. Nedim Tuno, dipl. inž. geod., Građevinski fakultet Sarajevo,
e-mail: nedim_tuno@gf.unsa.ba

translacije i promjene razmjere) pomoću kojih se dobiva nova, ispravljena rasterska slika, u referentnom koordinatnom sistemu. Transformacije se izvode na temelju tačaka čije su koordinate poznate u oba koordinatna sistema. Ove tačke se nazivaju identičnim, veznim ili kontrolnim tačkama.

2. Polinomska transformacija

Polinomska transformacija se najčešće primjenjuje u slučajevima kada jedan ili oba koordinatna sistema nemaju homogenu razmjeru i orijentaciju. Mala odstupanja se aproksimiraju polinomskim funkcijama za pravougle koordinate.
Ako se sa (u, v) označe koordinate neke tačke u slikovnom koordinatnom sistemu a sa (x, y) koordinate u sistemu u koji treba transformirati sliku, možemo napisati osnovnu vezu:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

Uvodeći polinomsku aproksimativnu funkciju dobije se:

$$x = \sum_{p=0}^{n} \sum_{q=0}^{n-p} a_{pq} u^p v^q$$

$$y = \sum_{p=0}^{n} \sum_{q=0}^{n-p} b_{pq} u^p v^q;$$

pri čemu je n stepen polinoma.

Stepen polinoma zavisi od broja kontrolnih tačaka, tj. od broja nepoznatih koeficijenata a_{pq} i b_{pq} koje u postupku transformacije treba odrediti. Minimalan broj kontrolnih tačaka k, u ovisnosti od stepena polinoma n (tabela 1), izražava se na slijedeći način:

$$k = \frac{(n+1)(n+2)}{2}.$$

Tabela 1: Odnos stepena polinoma i minimalnog broja kontrolnih tačaka

Broj kontrolnih tačaka k	Stepen polinoma n
3	1
6	2
10	3
15	4
21	5

Naravno, u praksi se uvijek uzima veći broj kontrolnih tačaka od neophodnog, što daje mogućnost izravnanja. Izravnanje se vrši po teoriji najmanjih kvadrata.

Ukoliko je dato *m* poznatih tačaka:

Tačka	Koordinate u slikovnom sistemu	Koordinate u državnom sistemu
1	u_1,v_1	x_1,y_1
2	u_2,v_2	x_2,y_2
...	...	...
m	u_m,v_m	x_m,y_m

mogu se dobiti dva sistema jednačina:

$$x_1 = \sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{n-p} a_{pq}u_1{}^p v_1{}^q \qquad y_1 = \sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{n-p} b_{pq}u_1{}^p v_1{}^q$$

$$x_2 = \sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{n-p} a_{pq}u_2{}^p v_2{}^q \qquad y_2 = \sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{n-p} b_{pq}u_2{}^p v_2{}^q$$

$$\ldots \qquad \ldots$$

$$x_m = \sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{n-p} a_{pq}u_m{}^p v_m{}^q \qquad y_m = \sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{n-p} b_{pq}u_m{}^p v_m{}^q.$$

Npr., za polinom 2. stepena vrijedi:

$$\begin{aligned}
x_1 &= a_0 + a_1u_1 + a_2v_1 + a_3u_1v_1 + a_4u_1^2 + a_5v_1^2\\
x_2 &= a_0 + a_1u_2 + a_2v_2 + a_3u_2v_2 + a_4u_2^2 + a_5v_2^2\\
&\cdots\\
x_m &= a_0 + a_1u_m + a_2v_m + a_3u_mv_m + +a_4u_m^2 + a_5v_m^2\\
y_1 &= b_0 + b_1u_1 + b_2v_1 + b_3u_1v_1 + b_4u_1^2 + b_5v_1^2\\
y_2 &= b_0 + b_1u_2 + b_2v_2 + b_3u_2v_2 + b_4u_2^2 + b_5v_2^2\\
&\cdots\\
y_m &= b_0 + b_1u_m + b_2v_m + b_3u_mv_m + b_4u_m^2 + b_5v_m^2;
\end{aligned}$$

ili u matričnoj formi:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & u_1 & v_1 & u_1v_1 & u_1^2 & v_1^2 \\ 1 & u_2 & v_2 & u_2v_2 & u_2^2 & v_2^2 \\ . & . & . & . & . & . \\ 1 & u_m & v_m & u_mv_m & u_m^2 & v_m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ . \\ a_5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & u_1 & v_1 & u_1v_1 & u_1^2 & v_1^2 \\ 1 & u_2 & v_2 & u_2v_2 & u_2^2 & v_2^2 \\ . & . & . & . & . & . \\ 1 & u_m & v_m & u_mv_m & u_m^2 & v_m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ . \\ b_5 \end{pmatrix}.$$

Ako se uvedu oznake:

$$X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_m\end{pmatrix};\ Y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_m\end{pmatrix};\ M=\begin{pmatrix}1 & u_1 & v_1 & u_1v_1 & u_1^2 & v_1^2\\1 & u_2 & v_2 & u_2v_2 & u_2^2 & v_2^2\\. & . & . & . & . & .\\1 & u_m & v_m & u_mv_m & u_m^2 & v_m^2\end{pmatrix};\ A=\begin{pmatrix}a_0\\a_1\\.\\a_5\end{pmatrix}\ \text{i}\ B=\begin{pmatrix}b_0\\b_1\\.\\b_m\end{pmatrix};$$

gornji sistemi se mogu napisati u slijedećem obliku:

X=MA ; Y=MB.

Rješenje sistema je:

$A = (M^TM)^{-1}M^TX$
$B = (M^TM)^{-1}M^TY.$

Prekobrojne kontrolne tačke omogućuju i da se ocijeni tačnost transformacije. Srednja kvadratna greška transformacije m_t predstavlja mjeru odstupanja transformisanih vrijednosti koordinata kontrolnih tačaka ($x_i^{tr.}$, $y_i^{tr.}$) od njihovih teoretskih vrijednosti (x_i, y_i). Ukupna srednja greška, standardno odstupanje iznosi:

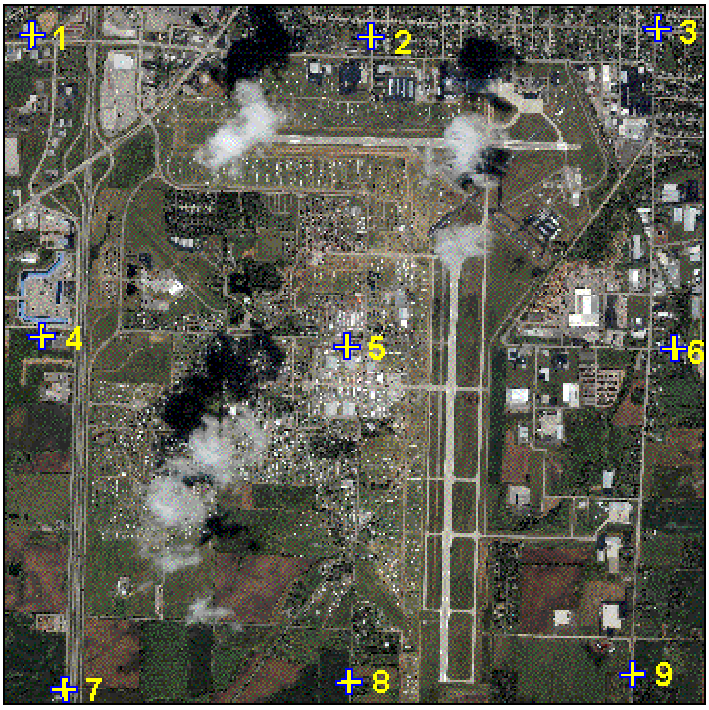
$$m_t=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}((x_i-x_i^{tr.})^2+(y_i-y_i^{tr.})^2)}{m-1}}.$$

Za dopuštenu vrijednost m_t obično se uzima vrijednost jednog piksela rastera (npr. ako raster ima rezoluciju 300 dpi onda je dozvoljeno odstupanje 0.085 mm).

3. Praktični primjer primjene polinomske transformacije

Tabela 2: Koordinate kontrolnih tačaka u koordinatnom sistemu zračnog snimka i u referentnom koordinatnom sistemu

Broj tačke	*u*	*v*	*x*	*y*
1	105.56	793.34	561.51	2989.33
2	748.62	791.06	1856.79	2985.66
3	1295.14	804.49	2960.05	3011.32
4	124.89	221.20	600.59	1835.33
5	704.54	199.78	1768.02	1792.68
6	1327.45	196.54	3025.34	1785.68
7	167.52	-452.52	685.24	475.55
8	710.48	-437.44	1781.88	506.68
9	1249.50	-423.77	2868.46	534.05



Slika 3: Zračni snimak sa kontrolnim tačkama

U ovom primjeru je potrebno izvršiti polinomsku transformaciju jednog zračnog snimka (slika 3) iz slikovnog u referentni koordinatni sistem. Za transformaciju će poslužiti 9 kontrolnih tačaka (tabela 2), što znači da treba uzeti polinom drugog stepena.

Rješenje

Na temelju gornjih izraza mogu se formirati matrice:

$$M=\begin{vmatrix}
1.00 & 793.34 & 629389.72 & 105.56 & 83741.61 & 11142.00 \\
1.00 & 791.06 & 625772.88 & 748.62 & 592198.20 & 560424.91 \\
1.00 & 804.49 & 647207.90 & 1295.14 & 1041929.37 & 1677385.01 \\
1.00 & 221.20 & 48931.18 & 124.89 & 27626.61 & 15598.02 \\
1.00 & 199.78 & 39911.18 & 704.54 & 140751.57 & 496377.37 \\
1.00 & 196.54 & 38626.46 & 1327.45 & 260891.37 & 1762116.29 \\
1.00 & -452.52 & 204772.66 & 167.52 & -75808.00 & 28064.55 \\
1.00 & -437.44 & 191352.91 & 710.48 & -310792.56 & 504784.68 \\
1.00 & -423.77 & 179578.65 & 1249.50 & -529496.12 & 1561244.22
\end{vmatrix}$$

$$X=\begin{vmatrix} 561.51 \\ 1856.79 \\ 2960.05 \\ 600.59 \\ 1768.02 \\ 3025.34 \\ 685.24 \\ 1781.88 \\ 2868.46 \end{vmatrix} \qquad Y=\begin{vmatrix} 2989.33 \\ 2985.66 \\ 3011.32 \\ 1835.33 \\ 1792.68 \\ 1785.68 \\ 475.55 \\ 506.68 \\ 534.05 \end{vmatrix}$$

Rješenja matričnih jednačina su:

$$A=\begin{vmatrix} 348.3747085 \\ 0.0003845 \\ 0.0000004 \\ 2.0145018 \\ -0.0000013 \\ 0.0000018 \end{vmatrix} \qquad B=\begin{vmatrix} 1388.5298829 \\ 2.0184638 \\ -0.0000011 \\ 0.0032575 \\ -0.0000007 \\ -0.0000022 \end{vmatrix}$$

Nakon određivanja transformacionih parametara, može se izvršiti ocjena tačnosti.

Tabela 3: Ocjena tačnosti transformacije

Broj tačke	x_i	y_i	$x_i^{tr.}$	$y_i^{tr.}$	$x_i - x_i^{tr.}$	$y_i - y_i^{tr.}$	$(x_i - x_i^{tr.})^2 + (y_i - y_i^{tr.})^2$
1	561.51	2989.33	561.47	2989.42	0.04	-0.09	0.009742
2	1856.79	2985.66	1857.25	2985.37	-0.46	0.29	0.294136
3	2960.05	3011.32	2959.65	3011.51	0.40	-0.19	0.195733
4	600.59	1835.33	600.07	1835.32	0.52	0.01	0.27461
5	1768.02	1792.68	1768.47	1792.85	-0.45	-0.17	0.231845
6	3025.34	1785.68	3025.41	1785.52	-0.07	0.16	0.030649
7	685.24	475.55	685.90	475.45	-0.66	0.10	0.446647
8	1781.88	506.68	1780.83	506.80	1.05	-0.12	1.113464
9	2868.46	534.05	2868.83	534.03	-0.37	0.02	0.138519
Σ					0.00	0.00	2.735345

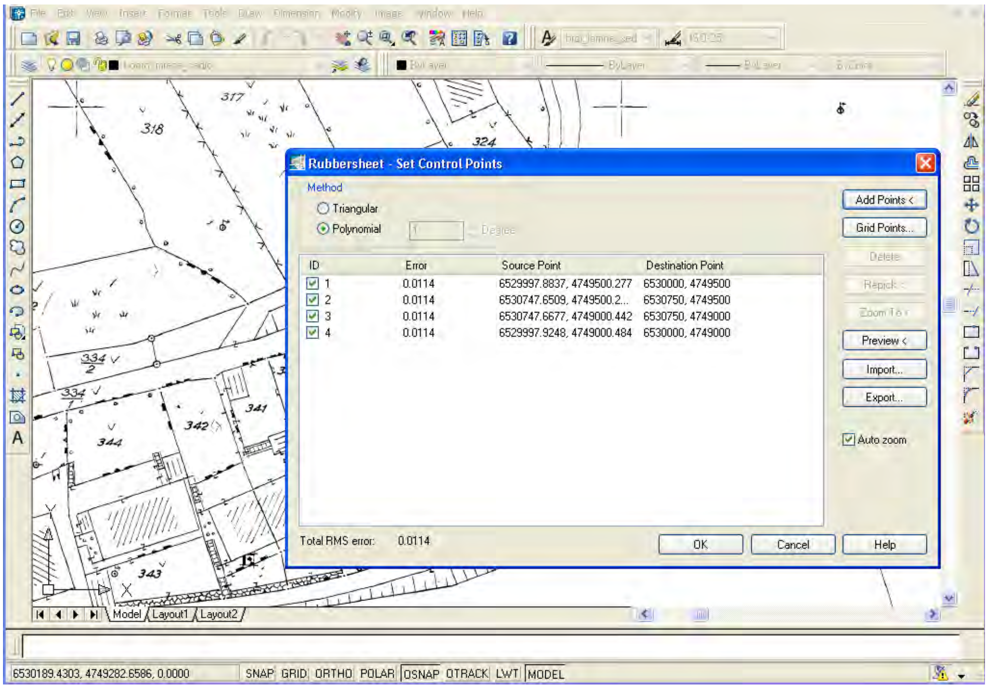
$$m_t = \sqrt{\frac{2.735345}{9-1}} = 0.59 \text{ m}$$

4. Polinomska transformacija u softverima za georeferenciranje

Danas postoji veliki broj softvera u kojima se može obaviti georeferenciranje (slika 4). To su obično posebni alati koji služe za obradu digitalnih slika a neki su izvedeni kao dodatni moduli ili integrirani dijelovi CAD i GIS programskih paketa. Većina ih sadrži različite tipove transformacija i korisniku je pružena mogućnost odabira željenog tipa transformacije. Najveći broj ovih programa sadrži polinomsku transformaciju.

Sam proces transformacije je manje-više sličan za sve programe:

- Učitavanje „sirove" (negeoreferencire) slike u program.
- Odabir kontrolnih tačaka na slici i pridruživanje odgovarajućih tačaka u referentnom sistemu.
- Odabir tipa transformacije i ako je odabrana polinomska tranfsformacija - izbor stepena polinoma.
- Transformacija slike.
- Pohranjivanje rasterske datoteke i tzv. world datoteke sa zapisanim parametrima transformacije.



Slika 4: Georeferenciranje u softveru Autodesk Raster Design

5. Zaključak

Digitalne slike koje se dobivaju skeniranjem analognih nosilaca i snimanjem digitalnim kamerama su opterećene deformacijama. Ispravljanje deformacija vrši se transformacijom u postupku georeferenciranja. Da bi se georeferenciranje kvalitetno izvelo potrebno poznavati karakter deformacija slike i na osnovu toga odabrati odgovarajući model transformacije. U današnje vrijeme se često koristi polinomska transformacija. Od presudnog značaja za dobivanje kvalitetnih rezultata georeferenciranja ovom metodom je pravilan izbor stepena polinoma. Odabir polinoma većeg stepena rezultira manjim greškama na kontrolnim tačkama, ali i većim odstupanjima na mjestima gdje nema kontrolnih tačaka. Polinom manjeg stepena uzrokuje pojavu većih odstupanja kako na kontrolnim tačkama tako i na prostoru između njih.

Danas georeferenciranje u našoj zemlji uglavnom obavljaju geodetski i ne-geodetski stručnjaci sa površnim ili nikakvim poznavanjem njegove matematičke pozadine. Transformacija se rutinski obavlja u nekom od softvera, bez odgovarajuće pripreme, interpretacije i analize njenih rezultata. Sve to rezultira time da su georeferencirane slike zapravo i dalje opterećene greškama (deformisane). Stoga bi bilo nužno da se ti stručnjaci dobro upoznaju sa teorijom transformacija, kako bi se georeferenciranje ubuduće vršilo na ispravan način. U protivnom, i dalje će se veoma kvalitetni izvorni podaci (npr. sa katastarskih planova) georeferenciranjem samo kvariti.

Literatura:

Frančula, N. (1996): Digitalna kartografija, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.

Popis URL-ova:

http://geography.uoregon.edu

http://rkb.home.cern.ch

http://www.agt.bme.hu

http://www.biu.ac.il

http://www.crwr.utexas.edu

http://www.icaen.uiowa.edu

http://www.isprs.org

http://www.pcigeomatics.com

http://www.posc.org

http://www.prota.com.tr

http://www.udel.edu

http://www.utdallas.edu

http://www.who.int

Sažetak

U radu je opisana polinomska metoda transformacije kod georeferenciranja digitalnih slika. Ovisno o deformacijama slike i broju veznih tačaka, transformacija se izvodi korištenjem 1., 2. ili viših stepena polinoma. Veoma je važno odabrati odgovarajući stepen polinoma jer se jedino u tom slučaju transformacija slike može ispravno izvršiti.

POLYNOMIAL TRANSFORMATION IN THE GEOREFERENCING

Abstract:

Raster data is commonly obtained by scanning maps or collecting aerial photographs and satellite images. In order to use these types of raster data in conjunction with other spatial data, it is often needed to georeference it to a map coordinate system.
The paper describes method of polynomial transformation in the georeferencing process. Depending on the degree of variability in the distortions, transformation may be carried out using first, 2nd, 3rd, or higher order polynomials. It is very important to choose correct order polynomial, because only in that case it is possible to make correct transformation. This means that georeferencing experts must know mathematical background of the transformation.