

Tomislav Krzyk *

CENTAR BOSNE I HERCEGOVINE

/izbor metodologije, analiza rezultata, lokacija/

UVOD

Različita su simbolična obilježja kojima se obilježava država. Jedna dobijaju visoki značaj i predstavljaju državu, to su grb, zastava itd. Druga nemaju takav značaj, nisu obavezna, a ipak simboliziraju elemente države iz oblasti nauke, kulture, društvenog uređenja, institucija, teritorije i td. Sva obilježja treba da simboliziraju prošlost, sadašnjost i budućnost države ili teritorije.

Ljudske aktivnosti i prirodna dobra u odredjenom prostoru mogu se simbolički prikazati u centru tog prostora.

Iz tih razloga Uprava za geodetske i imovinsko-pravne poslove Republike Bosne i Hercegovine pristupila je odredjivanju i pokretanju aktivnosti na obilježavanju Centra Bosne i Hercegovine.

Prva faza je matematsko računanje lokacije centra.

U tekstu je obradjen postupak pripreme, podataka, odabir metode računanja, analiza rezultata i prijedlog mjera za realizaciju obilježavanja prostora Centra Bosne i Hercegovine.

POJAM CENTRA

Centar linije, geometrijskog lika i tijela odredjen je težištem linije, lika i tijela. Državni teritorij definisan je granicom i površinom teritorije. Opravdano je odredjivanje težišta lika, a ne težište granice jer se sve aktivnosti odvijaju u plohi lika odnosno projekciji površine državne teritorije na ravan. Centar-težište linije granice i težište površine oivičene tom linijom nisu podudarni.

Ovu tvrdnju želim objasniti jednačinama:

Težište homogene zatvorene krive definisano je jednačinama:

* Tomislav Krzyk, dipl.inž.geod., Uprava za geodetske i imovinsko-pravne poslove Republike Bosne i Hercegovine, Sarajevo

$$X_c = \frac{\int_a^b X \left[\sqrt{1+(Y_1')^2} + \sqrt{1+(Y_2')^2} \right] dx}{L}$$

$$Y_c = \frac{\int_a^b \left[Y_1 \sqrt{1+(Y_1')^2} + Y_2 \sqrt{1+(Y_2')^2} \right] dx}{L}$$

Težište homogene površine definisano je jednačinom:

$$X_c = \frac{\int_s Y ds}{s} \quad Y_c = \frac{\int_s X ds}{s}$$

Težište geomorfološkog tijela definisano je jednačinom:

$$X_c = \frac{\int_v X dv}{v} \quad Y_c = \frac{\int_v Y dv}{v} \quad Z_c = \frac{\int_v Z dv}{v}$$

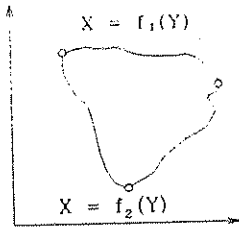
Za naziv centra u upotrebi su termini: geografski centar, kartografski centar, a ako se kod računanja koriste morfološki podaci dobije se morfološki centar. U matematskoj obradi koristit ću termin težište koji u potpunosti definiše Centar teritorije Bosne i Hercegovine.

GRANICA REPUBLIKE BOSNE I HERCEGOVINE

Granicu Bosne i Hercegovine čini vanjska granica 33 rubne opštine, a nanešena je na kartama mjerila 1:25000, od opštinskih geodetskih uprava u fazi pripreme za popis 1991.godine. Područje Bosne i Hercegovine čini cjelovita teritorija i enklava Mioče u Republici Srbiji. Kod opštine Neum u pojasu Jadranskog mora uzeta je granica kao sredina zaliva Mali Ston u dužini obalnog pojasa.

RAČUNANJE TEŽIŠTA

Računanje težišta može se vršiti vektorski i algebarski.
Jednačina za računanje težišta homogenog lika



$S = \text{površina lika}$

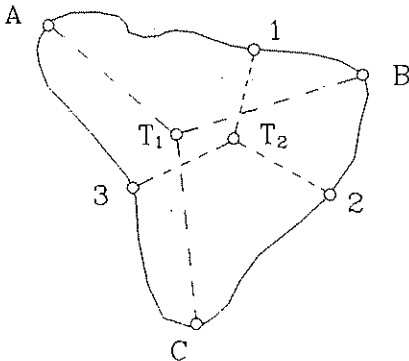
$$Y_c = \frac{\int_s y ds}{S} = \frac{\iint y dy dx}{\iint dy dx} = \frac{\iint \lambda^2 \sin \varphi d\lambda d\varphi}{\iint \lambda d\lambda d\varphi}$$

$$X_c = \frac{\int_s x ds}{S} = \frac{\iint x dx dy}{\iint dy dx} = \frac{\iint \lambda^2 \cos \varphi d\lambda d\varphi}{\iint \lambda d\lambda d\varphi}$$

Područje Bosne i Hercegovine nalazi se između $15^\circ 44'08''$ i $19^\circ 07'06''$ geografske dužine.

Koordinate granice nalaze se u 5,6 i 7 zonskom sistemu Gaus Krigerove projekcije. Koordinate su očitane u 6 zonskom sistemu. Za listove karata 5 i 7 zonskog sistema na kojima nije nanešena kvadratna mreža 6 zonskog sistema, transformisana je mreža kvadrata za sedam listova 5 zonskog sistema i dva lista 7 zonskog sistema. Za svaki list transformisano je po četiri tačke kvadratne mreže rasporedjene na rubovima lista.

Granica Bosne i Hercegovine je jako izlomljena i prva aproksimacija ima oblik trokuta. Obzirom na trokutasti oblik za probu težište je određeno od tri najbliže i tri najudaljenije tačke od približnog centra, težišta što je središte upisanog i opisanog kruga.



T_1 središte od najudaljenijih tačaka

T_2 središte od najbližih tačaka

T_1 $y = 6\,453\,200$ m $x = 4\,874\,500$ m

T_2 $y = 6\,495\,800$ m $x = 4\,893\,950$ m

$D_{T_1, T_2} = 46\,800$ m

Veliko rastojanje T1-T2 ukazuje na neprihvatljivost ovakvog pristupa rješavanja centra nepravilnih izlomljenih likova. Centar takvih likova mora se računati iz više tačaka.

Računanje koordinata težišta izvršeno je u tri varijante sa 62, 168, 448 i 814 tačaka na granici.

U cilju racionalizacije računanja koordinata težišta i očitavanja koordinata tačaka na granici u programu za računanje koordinata centra primjenjen je segmentni sistem. Segmenti su od $\Delta y = 10\ 000\text{m}$, $5\ 000\text{m}$, $2\ 000\text{m}$ i $1\ 000\text{m}$. Segmentu od $1\ 000\text{m}$ odgovara prosječna dužina granice od oko $2\ 000\text{m}$.

Segmentni sistem pojednostavljuje rješavanje dvostrukog integrala i očitavanje koordinata tačaka. Na granici se vrši samo očitavanje x koordinata. Matematski program dozvoljava izbor Δy po potrebi tačnosti. Δy je obrnuto proporcionalan broju tačaka na graničnoj liniji. Koordinata x očitavana je na 10m . Ocjena tačnosti nanošenja granice i očitavanja koordinata nije izvršena.

Ekstremne tačke državne granice su:

zapadna	$y = 6\ 320\ 289$	$x = 4\ 967\ 720$
sjeverna	$y = 6\ 416\ 000$	$x = 5\ 015\ 180$
istočna	$y = 6\ 630\ 400$	$x = 4\ 877\ 360$
južna	$y = 6\ 536\ 750$	$x = 4\ 712\ 480$

Program* za rješavanje jednačina za težište zahtjeva jednostruko povezivanje tačaka sjeverne i južne linije granice. U segmentu nije dozvoljeno da se na x liniji segmenta javlja više od dva presjeka sa linijom granice.

Rješenje je nađeno u podjeli državne teritorije u 13 figura. Za svaku figuru sračunato je težište i površina. U težištu figure zavisno od površine djeluje momenat inercije materijalne tačke. Koordinate težišta materijalnih tačaka M_i : (x_i, y_i) sa masama m_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) određene su jednačinama.

$$X = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad Y = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

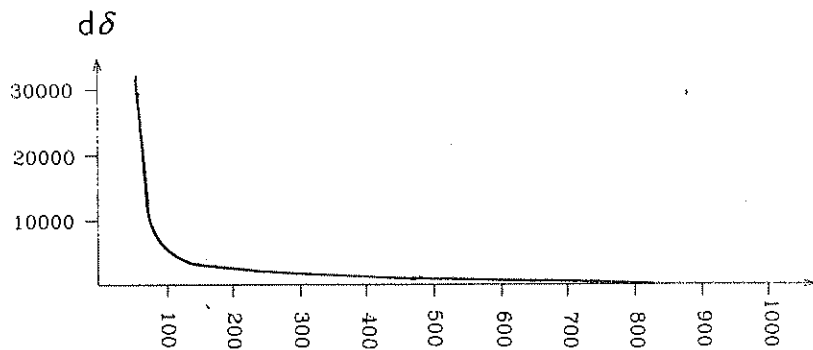
masa m_i u našem slučaju predstavljena je površinom figure odnosno lika.

* Program za rješavanje jednačina za računanje težišta homogenog lika izradio je prof. Branko Vučjak.

REZULTATI OBRADJE

Rezultati računanja koordinata težište teritorije Bosne i Hercegovine:

Br.tač. na granici	y	x	δy	δx	$d\delta$
62	6 513 880	4 893 440	- 29800	- 2380	29 895
184	6 484 760	4 887 290	- 680	+ 3770	3 831
448	6 485 240	4 891 520	- 1160	- 460	1 248
824	6 484 080	4 891 060	0,00	0,00	0 000
bez enkl. Mioče	6 484 070	4 891 070	+ 10	- 10	



Površina teritorije Bosne i Hercegovine iz:

Br.tač. na granici	Površina u ha	Odstupanja u ha	Odstupanja u %
62	4 685 410	+ 434 274	8,48
186	5 063 215	+ 56 469	1,10
448	5 089 316	+ 30 368	0,59
824	5 110 507	+ 9 177	0,18

Površina po katastru je 5 119 684 ha.

Ova vrijednost površine je iz 1987.godine. No površina koja će se smatrati tačnom i konačnom, dobiće se po završenom premjeravanju Bosne i Hercegovine.

Iz vrijednosti odstupanja δy i δx koordinata težišta i $d\delta$ dobijenih iz 61,186, 448 i 824 tačke, možemo zaključiti da su 824 tačke dovoljne. U prilog toj tvrdnji su rezultati analize površina.

Upoređenje površina državne teritorije sračunate na osnovu 62,186, 448 i 824 tačke i površine koja se vodi kao zvanična državna površina pokazuje da se sa povećanjem broja tačaka površina približava zvaničnoj.

Odstupanje od 0,18% upućuje da broj tačaka više ne treba povećati i da je težište određeno sa dovoljnom praktičnom tačnošću. U geodetskom smislu centar kao tačka nema posebno značenje.

U prilog zaključku da 824 tačke daju dovoljnu tačnost za određivanje centra, izvršena je analiza uticaja pogrešaka koje bi mogle da nastanu na liniji granice, a odražavaju se u površini. Predpostavimo da je u ekstremnim tačkama pogreška u površini 100 ha 200 ha i 500 ha. Centar je udaljen od najudaljenije tačke na granici 180 000 m, a od najbliže tačke 74500 m. Pogreška u površini u ekstremnim tačkama utiče na položaj centra.

Udalj.od centra min/max	Pogreška površine	Uticaj na položaj centra u m.
74 500	100	1,7
74 500	200	3,4
74 500	500	8,5
180 000	100	3,5
180 000	200	7,1
180 000	500	17,7

Pogreške u površinama koje nastaju na liniji granice usljed pogreške nanošenja granice na kartu 1:25000, aproksimacije granice na tetivu $y = 1000$ m, pogreška očitavanja koordinate x i ostalih pogrešaka koje se međusobno ne poništavaju mogu uticati na tačnost određivanja centra po ovoj metodologiji do ± 10 m.

Centar je određen sa tačnošću od ± 10 m što zadovoljava svrhu i funkciju koju ima centar državne teritorije.

DUŽINA GRANICE

U okviru ovog zadatka sračunata je dužina granice državne teritorije prema republikama Hrvatskoj, Srbiji i Crnoj Gori.

Hrvatska

granična linija ide po kopnu u dužini od	578 km,
po moru	14 km,
po potocima	32 km,
po rijekama Sava	330 km
Una	63 km
Korana	22 km

Ukupno: 1039 km

Srbija

granična linija ide po kopnu u dužini od	127 km,
enklava Mioče	10 km,
po potocima	24 km,
po rijekama Sava	26 km,
Drina	168 km,
Lim	15 km,

Ukupno: 370 km

Crna Gora

granična linija ide po kopnu u dužini od	203 km,
po rijekama Čeotina	10 km,
Tara	24 km,
Piva	3 km,
Plitvičko jezero	11 km.

Ukupno: 251 km.

Ukupna granica iznosi 1660 km + 10,7 km.

Zbog izlomljenosti granice prosječna razdaljina izmedju očitanih tačaka iznosi 2,01 km.

Centar se nalazi u Općini Vitez, u katastarskoj općini Preočica, zvanom mjestu Krčevine, katastarskoj parceli broj 4602.

Koordinate centra

y = 6 484 078,0 m
x = 4 511 064,0 m
$\varphi = 44^{\circ} 49', 86$
$\lambda = 17^{\circ} 03', 22$

TRANSFORMACIJA KOORDINATA

	5 ZONA		6 ZONA	
	Y	X	Y	X
1	5 560 000	5 010 000	6 324 468	5 012 148
2	5 560 000	4 999 000	6 324 060	5 001 152
3	5 567 000	4 999 000	6 331 057	5 000 892
4	5 567 000	5 010 000	6 331 466	5 011 888
5	5 570 000	5 011 000	6 334 502	5 012 776
6	5 570 000	4 999 000	6 334 056	5 000 781
7	5 577 000	4 999 000	6 341 053	5 000 521
8	5 577 000	5 011 000	6 341 499	5 012 515
9	5 560 000	4 997 000	6 323 985	4 999 153
10	5 560 000	4 985 000	6 323 540	4 987 157
11	5 567 000	4 985 000	6 330 538	4 986 898
12	5 567 000	4 997 000	6 330 983	4 998 893
13	5 560 000	4 983 000	6 323 466	4 985 157
14	5 560 000	4 971 000	6 323 023	4 973 162
15	5 568 000	4 971 000	6 331 020	4 972 866
16	5 568 000	4 983 000	6 331 463	4 984 861
17	5 560 000	4 956 000	6 322 469	4 958 167
18	5 560 000	4 950 000	6 322 248	4 952 169
19	5 568 000	4 950 000	6 330 245	4 951 874
20	5 568 000	4 956 000	6 330 466	4 957 872
21	5 570 000	4 955 000	6 332 428	4 956 798
22	5 570 000	4 944 000	6 332 023	4 945 803
23	5 578 000	4 944 000	6 340 020	4 945 508
24	5 578 000	4 956 000	6 340 462	4 957 503
25	5 560 000	4 957 000	6 322 506	4 959 166
26	5 564 000	4 957 000	6 326 504	4 959 019
27	5 564 000	4 970 000	6 326 984	4 972 014
28	5 560 000	4 967 000	6 322 875	4 969 163
29	5 557 483	4 965 424	6 320 300	4 967 680