

Eldin Donlagić *

UDK 528.236: 528.232.1
Originalni naučni rad

DATUMSKA TRANSFORMACIJA

Uvod

Globalni pozicioni sistem (GPS) danas se sve više počinje koristiti i u našoj državi. Pored geodetskih stručnjaka GPS koriste i drugi (vojna i civilna avijacija, policija, geolozi, šumari, željeznica, transportne organizacije), te svi oni kojima je potrebna pomoć u bilo kojoj vrsti navigacije. S obzirom da je filozofija GPS-a bazirana na geocentričnom koordinatnom sistemu, a da je geodetska mreža naše države zasnovana na jednom negeocentričnom, u daljem tekstu lokalnom sistemu, nužno je razmotriti uspostavu odnosa između jednog i drugog sistema.

Geocentrični koordinatni sistemi i njihova realizacija

Prema definiciji geocentrični koordinatni sistem je sistem sa koordinatnim početkom (0,0,0) smještenim u centar mase Zemlje sa koordinatnim osama usvojenih nekom od konvencija.

Najviše korišten u geodeziji je tzv. Conventional Terrestrial (CT) sistem realizovan tako da Z-osa prolazi kroz Conventional International Origin (CIO) pol, X-osa leži u meridijanu Grinviča, dok je Y-osa usmjerena u pravcu istoka i okomita na druge dvije osi (Vaniček i Krakivsky, 1986).

International Association of Geodesy (IAG) preporučila je zemljama članicama da za geodetske potrebe koriste Geodetic Reference System 1980 (GRS 80) koji je dobra kombinacija CT sistema i referentnog elipsoida Zemlje.

Praktična realizacija sistema GRS 80 je danas poznati World Geodetic System 1984 (WGS 84).

Geodetski datum

Veliki broj država svoje geodetske mreže bazirao je na svom geodetskom koordinatnom sistemu sa referenc-elipsoidom koji najbolje aproksimira realni oblik (oblik zemljine ekvipotencijalne površi) njene teritorije. Danas postoji više od 150 ovakvih sistema.

Dvoosni referentni elipsoid zajedno sa geodetskim koordinatnim sistemom čini geodetski horizontalni datum, koji je u odnosu na centar mase Zemlje negeocentričan, odnosno centar mu je pomjeren nekad i više stotina metara. Pri tome, koordinatne osi geodetskog, u odnosu na CT sistem zarotirane su za male iznose (do 20 lučnih sekundi).

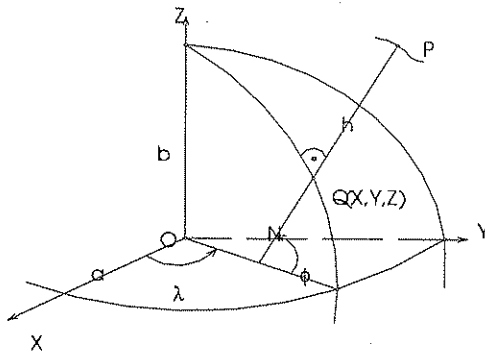
* Spec.sci. Eldin Donlagić, Građevinski fakultet Sarajevo

Odnos elipsoidnih i pravougljih koordinata

Položaj tačke u CT sistemu dat je prostornim pravougljim koordinatama (X, Y, Z) ili elipsoidnim koordinatama (ϕ, λ, h) , tj geodetskom širinom, dužinom i visinom (elipsoidna visina).

Relacija (1) uspostavlja odnos između elipsoidnih i pravougljih koordinata (Heiskanen and Moritz 1967):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N+h) \cos \phi \sin \lambda \\ [N(1-e^2) + h] \sin \phi \end{bmatrix}, \quad (1)$$



Sl. 1. Elipsoidne i pravougle prostorne koordinate

gdje su:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}}, \quad (2)$$

radijus krivine prvog vertikala i

$$e^2 = 2f - f^2, \quad (3)$$

(a i f su mala osa elipsoida i spljoštenost).

Obrnuta transformacija obično se obavlja iterativnim postupkom (Hofmann-Wellenhof, 1994):

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N+h) \cos \phi \quad (4)$$

$$h = \frac{p}{\cos \phi} - N \quad (5)$$

Kako je:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \quad (6).$$

Zamjenom izraza (6) u izraz (1) dobijemo:

$$Z = (N + h - e^2 N) \sin \phi \quad (7)$$

Izraz (7) možemo napisati u obliku :

$$Z = (N + h) \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right) \sin \phi \quad (8),$$

iz kojeg nakon dijeljenja sa (4), dobijemo:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{Z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right)^{-1} \quad (9)$$

Za računanje longitude koristimo izraz:

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{Y}{X} \quad (10)$$

Postupak iteracije izgleda ovako:

1. Računanje p kao $p = \sqrt{X^2 + Y^2}$

2. Računanje približne vrijednosti $\phi_{(0)}$ po:

$$\operatorname{tg} \phi_{(0)} = \frac{Z}{p} (1 - e^2)^{-1}.$$

3. Računanje aproksimativne vrijednosti $N_{(0)}$ na osnovu formule:

$$N_{(0)} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi_{(0)} + b^2 \sin^2 \phi_{(0)}}}$$

4. Računanje elipsoidne visine po:

$$h = \frac{P}{\cos \phi_{(0)}} - N_{(0)}$$

5. Računanje popravljene vrijednosti latitide ϕ :

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{Z}{P} \left(1 - e^2 \frac{N_{(0)}}{N_{(0)} + h} \right)^{-1}$$

6. Provjera stepena iteracije: ako je $\phi = \phi_{(0)}$ iteracija je završena, u suprotnom uzeti da je $\phi_{(0)} = \phi$ i nastaviti iteraciju od koraka 3.

Datumaska transformacija

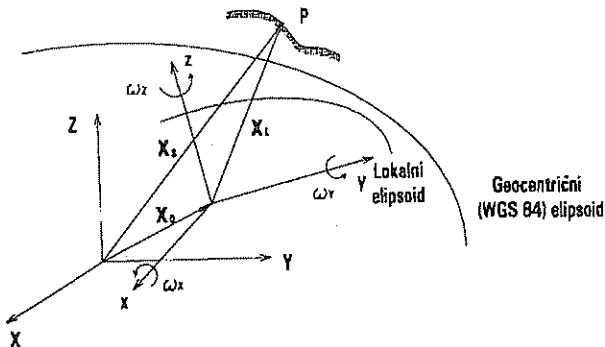
Nakon obrade GPS opažanja jednim od raspoloživih softvera, kao rezultat dobiju se bilo prostorne pravougle (X, Y, Z) , bilo elipsoidne koordinate (ϕ, λ, h) . Kako se radi o geocentričnim koordinatama koje se odnose na elipsoid WGS 84 treba ih transformisati u državni geodetski sistem (lokalni datum).

Matematički model transformacije izgleda ovako (Thomson 1976):

$$X_S = X_O + (1 + k) R(\omega_x, \omega_y, \omega_z) X_L \quad (1)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + (1 + k) \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2)$$



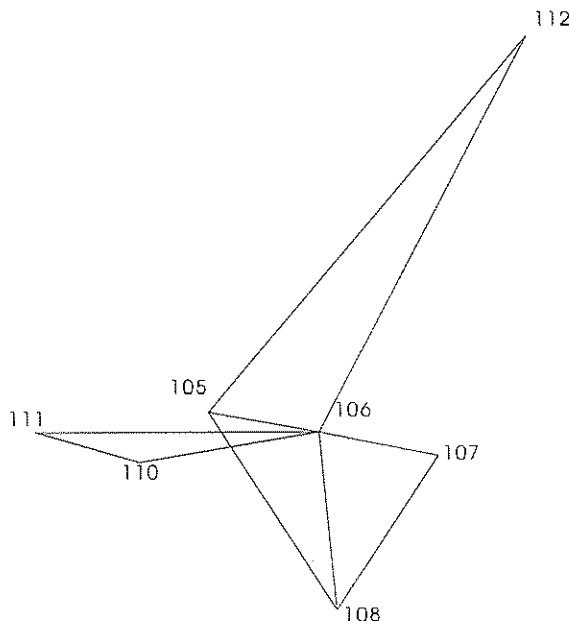
Sl.2. Datumaska transformacija

pri čemu su:

- $X_S = [X \ Y \ Z]^T$ vektor prostornih pravougljih koordinata u geocentričnom (WGS 84) sistemu;
- $X_L = [x \ y \ z]^T$ vektor prostornih pravougljih koordinata u državnom (lokalnom) sistemu;
- $X_0 = [X_0 \ Y_0 \ Z_0]^T$ vektor parametara translacije;
- $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - parametri rotacije i
- k - faktor razmjere

Prostorne pravougke koordinate računaju se se na osnovi poznatih veličina ϕ, λ i h , te nakon određivanja sedam parametara transformacije (Helmertova metoda) na osnovu (1) jednostavno uspostavljamo vezu između jednih i drugih koordinata.

Za primjer uzmimo podatke mjerenja jedne geodetske mreže sl. (3) i izvršimo njihovu obradu.



Sl. 3. Skica mreže sa mjerenim vektorima

Vektori nakon izravnjanja

Broj vektora Od – do	DX DY DZ [mm]	m_x m_y m_z [mm]	r_{xy} r_{xz} r_{yz}	V_x V_y V_z [mm]	DX DY DZ [mm]	m_x m_y m_z [mm]	r_{xy} r_{xz} r_{yz}
1	-4479.842	8.6	0.29	2.0	-4479.840	3.0	0.27
105-112	2618.732	3.9	0.68	1.1	2618.733	1.3	0.69
	1113.513	7.6	0.29	-4.0	1113.509	2.5	0.27
2	-143.706	4.7	0.43	-0.2	-143.706	1.9	0.39
105-106	483.332	2.7	0.64	-1.9	483.330	1.0	0.64
	-374.345	3.9	0.41	-2.6	-374.347	1.6	0.37
3	-4336.131	10.8	0.18	-2.4	-4336.134	3.1	0.25
106-112	2135.406	4.4	0.72	-3.2	2135.403	1.4	0.69
	1487.855	8.6	0.20	0.9	1487.856	2.6	0.26
4	-469.738	6.1	0.35	-2.5	-469.740	2.0	0.35
106-107	1330.351	2.7	0.65	-1.6	1330.349	0.9	0.63
	-593.901	6.3	0.31	-3.8	-593.905	2.1	0.31
5	-1068.165	9.2	0.36	-6.8	-1068.172	2.5	0.37
108-105	-1108.004	3.9	0.62	-2.8	-1108.007	1.1	0.62
	2186.140	9.5	0.34	-9.4	2186.130	2.5	0.33
6	-1211.875	8.7	0.37	-3.2	-1211.878	2.2	0.36
108-106	-624.676	3.8	0.63	-1.0	-624.677	1.0	0.61
	1811.780	9.1	0.34	2.7	1811.783	2.3	0.32
7	1681.620	4.8	0.35	-1.6	1681.618	1.9	0.35
107-108	-705.670	2.3	0.54	-1.8	-705.672	0.9	0.57
	-1217.878	5.4	0.25	0.2	-1217.878	2.1	0.27
8	-4479.841	9.3	0.29	1.7	-4479.840	3.0	0.27
105-112	2618.731	4.2	0.68	2.4	2618.733	1.3	0.69
	1113.504	8.2	0.29	5.0	1113.509	2.5	0.27
9	-143.701	6.3	0.43	-5.0	-143.706	1.9	0.39
105-106	483.331	3.6	0.64	-0.7	483.330	1.0	0.64
	-374.347	5.3	0.40	-0.5	-374.347	1.6	0.37
10	-4336.131	12.8	0.17	-3.0	-4336.134	3.1	0.25
106-112	2135.404	5.2	0.72	-1.1	2135.403	1.4	0.69
	1487.858	10	0.18	-1.6	1487.856	2.6	0.26
11	1211.874	10.2	0.37	3.6	1211.878	2.2	0.36
106-108	624.676	4.4	0.62	1.6	624.677	1.0	0.61
	-1811.780	10.5	0.34	-3.5	-1811.783	2.3	0.32
12	-469.738	5.9	0.35	-2.8	-469.740	2.0	0.35
106-107	1330.349	2.6	0.65	-0.3	1330.349	0.9	0.63
	-593.905	6.1	0.30	-0.2	-593.905	2.1	0.31

Broj vektora Od – do	D _X D _Y D _Z [mm]	m _x m _y m _z [mm]	Γ _{xy} Γ _{xz} Γ _{yz}	V _x V _y V _z [mm]	D _X D _Y D _Z [mm]	m _x m _y m _z [mm]	Γ _{xy} Γ _{xz} Γ _{yz}
13	-1068.173	10.1	0.36	1.2	-1068.172	2.5	0.37
108-105	-1108.008	4.3	0.61	0.8	-1108.007	1.1	0.62
	2186.137	10.3	0.35	-6.3	2186.130	2.5	0.33
14	1681.622	6.4	0.34	-3.3	1681.618	1.9	0.35
107-108	-705.672	2.9	0.54	0.5	-705.672	0.9	0.57
	-1217.874	6.9	0.25	-4.1	-1217.878	2.1	0.27
15	-79.851	4.2	0.31	-1.8	-79.853	1.7	0.39
110-111	-1503.827	2.6	0.38	-1.2	-1503.828	1.1	0.48
	164.807	5	0.21	-3.2	164.803	2.1	0.30
16	-79.856	4.5	0.50	3.2	-79.853	1.7	0.39
110-111	-1503.831	3.2	0.60	2.7	-1503.828	1.1	0.48
	164.799	6	0.44	4.5	164.803	2.1	0.30
17	686.744	7.3	0.33	0.2	686.744	3.4	0.32
106-110	-2075.073	4.5	0.45	1.1	-2075.072	2.1	0.43
	184.551	7.4	0.22	-1.7	184.550	3.6	0.22
18	606.891	9.3	0.30	-0.2	606.891	3.5	0.32
106-111	-3578.899	5.6	0.37	-1.6	-3578.901	2.1	0.42
	349.349	10.9	0.20	4.0	349.353	3.8	0.22

$$vtQ^{-1}v = 572.75$$

$$m_0(\text{a priori}) = 6.89 \text{ mm}$$

$$m_0(\text{a posteriori}) = 3.99 \text{ mm}$$

Izravnote prostorne pravougle koordinate (WGS 84)

Br. tačke	X [m]	Y [m]	Z [m]	m _x [mm]	m _y [mm]	m _z [mm]
110	4176694.8912	1081810.8187	4684717.8497	3.86	2.30	3.92
105	4176151.8534	1083402.5609	4684907.6475	Fiksna tačka		
112	4171672.0138	1086021.2938	4686021.1565	2.98	1.31	2.54
106	4176008.1476	1083885.8909	4684533.3002	1.85	0.98	1.58
111	4176615.0383	1080306.9904	4684882.6531	3.94	2.36	4.13
108	4177220.0256	1084510.5680	4682721.5170	2.49	1.15	2.47
107	4175538.4072	1085216.2398	4683939.3952	2.55	1.21	2.48

Elipsoidne koordinate (WGS 84)

Br. tačke	ϕ [° ' "]	λ [° ' "]	h [m]	m_ϕ [mm]	m_λ [mm]	m_h [mm]
110	47 32 50.16113	14 31 16.09495	2265.2044	2.87	2.11	4.87
105	47 32 57.32299	14 32 36.27241	2320.0272	FIKSNA		
112	47 34 49.49875	14 35 31.38986	660.6708	1.60	1.29	3.58
106	47 32 49.56711	14 33 00.36462	2031.8692	1.08	0.88	2.22
111	47 33 04.60773	14 30 07.44786	2080.2890	2.99	2.16	4.96
108	47 31 38.21365	14 33 14.71174	1593.1575	1.54	1.05	3.18
107	47 32 39.46164	14 34 07.57089	1512.5231	1.55	1.11	3.23

Transformacija GPS koordinata u državni koordinatni sistem

Za transformaciju koordinata koristimo Helmertovu metodu za čiju primjenu moramo koristiti najmanje tri identične tačke i u jednom i u drugom koordinatnom sistemu.

Tačke za računanje transformacionih parametara - koordinate u državnom sistemu:

Br. tačke	y	x	H
110	89464.460	5268292.250	2195.920
105	91137.480	5268539.230	2250.700
112	94742.940	5272061.710	591.540
108	91979.590	5266108.620	1523.720

Tačke za računanje transformacionih parametara - GPS koordinate:

Br. tačke	ϕ ° ' "	λ ° ' "	h [m]
110	47 32 50.16113	14 31 16.09495	2265.2044
105	47 32 57.32299	14 32 36.27241	2320.0272
112	47 34 49.49875	14 35 31.38986	660.6708
107	47 32 39.46164	14 34 07.57089	1512.5231

Razlike: koordinate u drž. sist. - transformisane GPS koordinate

Br. tačke	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	dφ [m]	dλ [m]	dh [m]	dP [m]	dHor [m]
110	0.023	-0.013	-0.037	-0.039	-0.019	-0.014	0.046	0.043
105	0.017	-0.004	0.045	0.019	-0.009	0.044	0.049	0.021
112	-0.001	0.017	-0.020	-0.016	0.017	-0.012	0.026	0.023
107	-0.040	0.001	0.012	0.036	0.011	-0.017	0.041	0.038

Srednja vrijednost položajnog odstupanja : 41 mm

Maksimalna vrijednost: 49 mm

$m_0 = 37.0$ mm

Transformacioni parametri :

X_0 [m]	Y_0 [m]	Z_0 [m]	k mm/km	ω_x cc	ω_y cc	ω_z cc
-487.852	314.576	-588.350	-11.4	-23.6	17.3	33.5

Novoodređene tačke

Elipsoidne koordinate WGS 84:

Br. tačke	φ [° ' "]	λ [° ' "]	h [m]
106	47 32 49.56711	14 33 00.36462	2031.8692
111	47 33 04.60773	14 30 07.44786	2080.2890
107	47 32 39.46164	14 34 07.57089	1512.5231

Koordinate u državnom sistemu:

Br. tačke	y	x	H
106	91644.978	5268307.579	1962.929
111	88022.365	5268716.608	2010.094
107	93055.230	5268017.641	1442.192

Zaključak

Uspostava odnosa između koordinata tačaka u različitim datumima danas je vrlo aktuelna. Različiti geodetski datumi nastali su kao posljedica realizacije geodetskih radova kroz duže vremensko razdoblje, odnosno primjenom različitih tehnoloških rješenja, počev od klasičnih uglovnih mjerenja i mjerenja baza, sve do, danas najviše korištenih, satelitskih mjerenja.

Matematički posmatrano, problem se rješava primjenom Helmertove transformacije, korištenjem najmanje tri identične tačke, te računanjem sedam transformacionih parametara.

Međutim, problem nastaje zbog nehomogenosti državnog geodetskog sistema čije koordinate ulaze u transformaciju, zbog čega ne možemo za teritorij kompletne države jednoznačno odrediti transformacione parametre koji bi zadovoljavali geodetsku tačnost.

Zbog toga, kao u slučaju geodetske mreže u ovom radu, parametre određujemo unutar jednog manjeg područja, gdje će nehomogenost mreže imati manji ili isti uticaj na novoodređene tačke. Važno je napomenuti, da će se transformacioni parametri, dobijeni na ovaj način, za određeno područje značajno razlikovati od parametara u susjednom području (čak i na istom području samo računati sa drugim tačkama), što je svakako uslovljeno lokalnim uticajima.

Izravnanjem mreže tretirane ovim radom dobijena je položajna greška vektora $m_0=3.99$ mm. Nakon određivanja parametara transformacije i računanja razlika između koordinata tačaka u državnom sistemu i transformisanih GPS koordinata proizilazi da je srednja greška razlike 37 mm, uz maksimalni iznos položajnog odstupanja od 49 mm. Ova odstupanja su u skladu sa tačnošću postojeće državne geodetske mreže.

Sažetak

U radu se govori o problemu datumске transformacije, geocentričnim koordinatnim sistemima i njihovoj različitoj realizaciji u geodetskoj praksi, definiciji geodetskih datuma, odnosu između elipsoidnih i pravougljih prostornih koordinata, kao i o datumskoj transformaciji jedne GPS mreže u državni-lokalni koordinatni sistem.

Abstract

In this paper the problems: datum transformations, geocentric coordinate systems and it's different realizations in geodetic practice, definitions of geodetic datums, relationships between elipsoidal and a three-dimensional Cartesian coordinates, as well as datum transformation the geodetic GPS network in the state-local coordinate system are discussed.

Literatura:

Bilajbegović, A., Podunavac, B.(1994): Istraživanja krivulja za prelazak iz WGS 84 koordinatnog sustava u državni koordinatni sustav. Geodetski list. Zagreb.

Heiskanen W.A and Moritz H. (1967): Physical Geodesy. Freeman, San Francisco

Hofmann-Wellehof B., Lichtenegger H. and Collins J.(1994): Global Positioning System-Theory and Practice. Springer-Verlag Wien New York

Thomson, D. B. (1976): Combination of Geodetic Networks. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, N. B., Canada

Torge, W.(1980): Geodesy. Berlin.New York: de Gruyter.

Vaniček, P. and Steeves, R.R. (1996): Transformation of coordinates between two horizontal geodetic datums. Journal of Geodesy. Springer-Verlag.

Vaniček, P., and E.J. KrakiWsky (1986). Geodesy: The Concepts. 2nd ed., North Holland, Amsterdam.